機械的単位操作

【問１】流体中を運動する粒子に関する以下の文章を読み，設問１）～６）に答えよ。なお設問２）～３）においては導出過程も記すこと。

ある流体で満たされた容器内において，孤立した円柱状粒子が，図１に示すように，電場や磁場などの外部からの力によって一定速度 $U\,[\mathrm{m\cdot s^{-1}}]$で水平に移動している。ただし，流体の密度 ρ_{F} $[\mathrm{kg\cdot m^{-3}}]$と流体の粘度 $\mu\,[\mathrm{Pa\cdot s}]$は充分に小さく，粒子には回転運動など，水平運動以外の運動は起きないものとする。

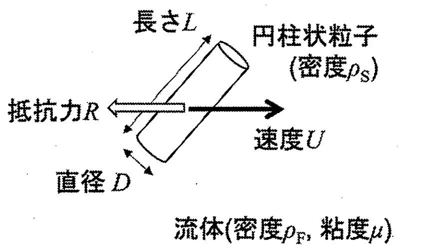

図１　流体中を移動する円柱状粒子

この円柱状粒子には，移動方向とは反対方向の抵抗力 $R\,[\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-2}}]$が作用する。ただし，流体中における円柱状粒子の拡散，重力，浮力の影響は無視してよいものとする。円柱状粒子の直径と長さはそれぞれ D [m]と L [m]である。また，円柱状粒子の密度は ρ_{S} $[\mathrm{kg\cdot m^{-3}}]$とする。

流体中を移動する物体が受ける抵抗力の起源は，物体の進行方向と逆向きにはたらく摩擦力にある。このような場合，流体内を動く粒子に作用する摩擦力は主に粒子の移動速度に依存し，$\boxed{\text{ア}}$ の密度には依存しない。

上述の条件において，円柱状粒子に作用する抵抗力を式(1)に示すように，無次元係数 K と指数 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3. \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$ を用いて，べき関数のかたちで表す。

$$R = K\cdot D^{\alpha 1}\cdot L^{\alpha 2}\cdot \rho_{\mathrm{S}}^{\alpha 3}\cdot \rho_{\mathrm{F}}^{\alpha 4}\cdot \mu^{\alpha 5}\cdot U^{\alpha 6} \qquad (1)$$

ただし，粒子にはたらく摩擦力は $\boxed{\text{ア}}$ の密度に依存しないので，$\boxed{\text{イ}}$ は 0 と表すことができる。与えられた単位をもとに次元解析を行うと，式(2)で表すことができる。

$$R = K\cdot D^{\alpha 1}\cdot L^{\boxed{\text{ウ}}}\cdot \rho_{\mathrm{S}}^{\boxed{\text{エ}}}\cdot \rho_{\mathrm{F}}^{\boxed{\text{オ}}}\cdot \mu^{\alpha 5}\cdot U^{\boxed{\text{カ}}} \qquad (2)$$

ここで，バッキンガムの π 定理に基づくと，次元解析によって得られる無次元数を予測することができる。式(2)を書き換えると，３種の無次元数が含まれる式(3)を得ることができる。

$$\left(\frac{R}{\boxed{\text{キ}}}\right) = K\cdot\left(\frac{L}{D}\right)^{-\alpha 1}\left(\frac{\boxed{\text{ク}}}{\mu}\right)^{\boxed{\text{ケ}}} \qquad (3)$$

このように式(3)には粒子形状に関わる因子が含まれており，円柱状粒子が受ける抵抗力が円柱状粒子の $\boxed{\text{コ}}$ にも依存することがわかる。

1）空欄 $\boxed{\text{ア}}$ と $\boxed{\text{イ}}$ に当てはまる適切な語句を以下の語群よりそれぞれ選び，答えよ。

[語群] 粒子，流体，懸濁液，α_1，α_2，α_3，α_4，α_5，α_6

2）指数 α_1, α_5 を用いて空欄 $\boxed{\text{ウ}}$ ～ $\boxed{\text{カ}}$ に当てはまる適切な文字式または数字を記せ。

3）空欄 $\boxed{\text{キ}}$ ～ $\boxed{\text{ケ}}$ に当てはまる適切な文字式を記せ。

4）空欄 $\boxed{\text{コ}}$ に当てはまる適切な語句として，粒子形状因子の 1 つである L/D を表す語句を答えよ。

5）一様な電場を印加した流体中において，電気泳動する球状粒子を考える。密度 1.0 $\mathrm{g \cdot cm^{-3}}$，粘度 1.5 mPa・s の流体中において，直径 30 μm の球状粒子（粒子密度 1.2 $\mathrm{g \cdot cm^{-3}}$）を光学顕微鏡で観察したところ，球状粒子が一定速度 100 $\mathrm{\mu m \cdot s^{-1}}$で移動していた。このときの粒子レイノルズ数（$Re$）を有効数字 2 桁で求めよ。ただし，流体中における球状粒子の拡散，重力，浮力の影響は無視してよいものとする。

6）次に，電場等の外部から受ける力がなく，抵抗力と浮力を受けながら，重力によって自由沈降する球状粒子を考える。いま，粒子径 d_P，粒子密度 ρ_P の球状粒子が，密度 ρ_F，粘度 μ の流体中をある速度 u で自由沈降している。この球状粒子に作用する抵抗力の抵抗係数を C_D，重力加速度の大きさを g としたときの運動方程式を適切な文字を用いて書き表せ。ただし，運動方程式中の時間は t で表現すること。ここで，流体中における球状粒子の拡散の影響は無視してよいものとする。

【問２】ゴムの弾性に関する以下の文章を読み，設問１）～３）に答えよ。

ある試料に力を加えたとき，その伸びは可逆的に変化する。いま，試料を力 f [kg・m・s^{-2}]で引っ張ると試料の長さが $\mathrm{d}L$ [m]だけ伸びた。試料の体積 V [m^3]，エントロピーS [kg・m^2・s^{-2}・K^{-1}]，圧力 p [kg・m^{-1}・s^{-2}]，温度 T [K]を用いれば，試料の長さが $\mathrm{d}L$ [m]だけ伸びたときの内部エネルギー変化 $\mathrm{d}U$ [kg・m^2・s^{-2}]についてのエネルギー収支式は，

$$\mathrm{d}U = T\,\mathrm{d}S - \boxed{\text{あ}} + \boxed{\text{い}} \qquad (1)$$

となる。

ゴム状態の高分子は一般に，一定温度下において変形するとき（その変形が大きな変形でなければ）高分子の体積はほとんど変化しない。したがって，内部エネルギー変化は，近似的に次式のように表すことができる。

$$\mathrm{d}U = T\,\mathrm{d}S + \boxed{\text{い}} \qquad (2)$$

一定温度下で試料を変形させたときに，試料の体積に変化が生じなければ，内部エネルギーは $\boxed{\text{う}}$ ため，試料を引っ張る力 f は次式で与えられる。

$$f = \boxed{\text{え}} \qquad (3)$$

１）空欄 $\boxed{\text{あ}}$, $\boxed{\text{い}}$, $\boxed{\text{え}}$ に当てはまる適切な文字式を答えよ。

２）空欄 $\boxed{\text{う}}$ に当てはまるものとして最も適切なものを次の語群から選び，答えよ。

[語群]　増大する，減少する，変化しない

３）次の選択肢のうち誤っているものをすべて選び，その記号を答えよ。

a) 高分子からなるゴムの弾性は，高分子鎖の動きを架橋構造によって抑えることで発現する。

b) ゴム弾性は，伸ばしていない状態にあるゴムのエントロピーと，ゴムに力を加えて伸ばした状態にあるエントロピーの違いによって発現する。

c) ゴム状態にある高分子の弾性率は，高温になるほど高くなる。

d) ゴム状態にある高分子を急に引っ張って断熱的に伸張させると，その高分子の温度は低くなる。